BIBLIOTECA NACIONAL
0508476

BIBLIOTECA NACIONAL
DE CHILE

Volúmenes de esta obra.....	1-12 p.
Sala en que se encuentra...	11
Tabla en que se halla.....	977
Orde que en ella tiene	20

Volúme
Tabla
Orde

INDICE

1. Observatorio astronómico. Documentos relativos a los trabajos de este establecimiento.
2. Pozo, M.- Hipótesis de la formación del sistema solar.
3. Devaux, Javier.- Determinación de la longitud por la observación de las ocultaciones de estrellas por la Luna.
4. Resúmen de la historia de la astronomía.
5. Obrecht, Alberto.- Memoria sobre el estado actual del Observatorio Nacional de Santiago y proyecto de reorganización.
6. Pozo, Mateo.- Formación del sistema solar.
7. Obrecht, Alberto.- Observaciones astronómicas y meteorológicas.
8. Obrecht, Alberto.- Sobre el sistema más conveniente para representar el mapa de Chile.
9. Obrecht, A.- Observaciones astronómicas y meteorológicas.
10. " " " " " "
11. " " " " " "
12. Krüger, Pablo.- La determinación astronómica de las coordenadas geográficas.

OBSERVACIONES

ASTRONÓMICAS I METEOROLÓJICAS

POR

ALBERTO OBRECHT

Director del Observatorio Astronómico
Profesor de las clases de mecánica i cálculo diferencial e integral de la Universidad

BIBLIOTECA NACIONAL
CHILE
SANTIAGO

SANTIAGO DE CHILE
IMPRENTA CERVANTES
CALLE DE LA BANDERA, NÚMERO 73
1892

OBSERVACIONES

ASTRONÓMICAS I METEOROLÓJICAS

OBSERVACIONES ASTRONÓMICAS

Ecuatorial

Se ha continuado la observacion del cometa Swift i el señor Taulis ha obtenido 11 observaciones de este astro.

No se ha podido observar ninguna ocultacion de estrella por la Luna.

Anteojo meridiano

Durante el mes de Mayo se hicieron 364 observaciones que se dividen de la manera siguiente:

	NÚMERO DE OBSERVACIONES							
Observador	Sol	Luna	Venus	Marte	Mercurio	Jupiter	Estrellas	TOTALES
Taulis. . . .	11	1	2	—	—	—	21	35
Caro.	4	6	3	—	—	—	93	106
Espinosa. . . .	—	1	—	1	—	—	48	50
Barrios. . . .	5	5	3	—	1	1	158	173
	20	13	8	1	1	1	320	364

Temblores

El seismógrafo no indica nada que se pueda tomar en consideracion. Se han sentido, sin embargo, tres temblores durante el mes: uno el 2 de mayo a las $8^h\ 47^m$ P. M., otro el 14 a las 11^h A. M., i el último el 20 a las $0^h\ 5^m\ 50^s$ P. M.

Nuevo método para el cálculo de los eclipses de Sol, i aplicacion de los eclipses visibles en Santiago en 1893

I

Este método permite calcular, de una manera espedita, las horas de las diferentes fases de un eclipse con una aproximacion de un minuto mas o ménos.

Sean, en el momento T de la conjuncion verdadera en ascension recta:

A la ascension recta del Sol,

D su declinacion,

$\frac{dA}{dt}$, $\frac{dD}{dt}$ las variaciones de estos elementos en una hora de tiempo medio,

π su paralaje horizontal,

ρ su semi-diámetro verdadero.

α, δ, $\frac{d\alpha}{dt}$, $\frac{d\delta}{dt}$, π, ρ los elementos correspondientes que se refieren a la Luna.

Estos elementos son calculados, de antemano, en los almanaques. Por ejemplo, en el *Connaissance des Temps* de 1893 se hallan estos datos para los eclipses visibles en el año. Son los que se dan en seguida:

1.º Eclipse total del Sol, el 16 de Abril de 1893, visible en Santiago como eclipse parcial.

$T = 2^h\ 36^m\ 21^s$. Tiempo medio de Paris.

$$A = \alpha = 1^h\ 39^m\ 28,^s3$$

$D = +10^o\ 20'\ 26'',0$		$\delta = +10^o\ 8'\ 28'',3$	
$\frac{dA}{dt} =$	$+2\ 19,0$	$\frac{d\alpha}{dt} =$	$+33\ 56,5$
$\frac{dD}{dt} =$	$+53,0$	$\frac{d\delta}{dt} =$	$+16\ 37,6$
$\pi_1 =$	$8,8$	$\pi =$	$60\ 40,0$
$\rho_1 =$	$15.\ 57,0$	$\rho =$	$16\ 33,5$

2.º Eclipse anular del Sol, el 9 de Octubre de 1893, visible en Santiago como eclipse parcial.

$T = 8^h\ 22^m\ 13^s$. Tiempo medio de Paris.

$$A = \alpha = 13^h\ 1^m\ 45^s,1$$

$D = -6^o\ 35'\ 18'',2$		$\delta = -6^o\ 17'\ 10'',7$	
$\frac{dA}{dt} =$	$+2\ 18,0$	$\frac{d\alpha}{dt} =$	$+28\ 17,3$
$\frac{dD}{dt} =$	$-57,0$	$\frac{d\delta}{dt} =$	$-14\ 50,9$
$\pi_1 =$	$8,9$	$\pi =$	$55\ 55,4$
$\rho_1 =$	$16\ 3,7$	$\rho =$	$15\ 15,8$

Los datos, que se calculan así de antemano en los almanaques, se refieren a la posicion de los astros, como los podria ver un observador colocado en el centro de la Tierra.

Para deducir, de ellos, la posicion que se observara, en realidad, en un lugar determinado *(posicion aparente)*, hai que añadir algunas correcciones que se llaman *correcciones de paralaje.*

El cálculo de un eclipse en un lugar determinado se puede resumir así: 1.º correjir los elementos de la Luna i del Sol del efecto de la paralaje; 2.º calcular en qué momentos la distancia aparente, sobre la esfera celeste, de los centros de los astros, es igual a la suma o diferencia de sus semi-diámetros aparentes.

II

Pongamos, con Bessel:

$$(1)\qquad \begin{cases} p=\dfrac{\cos\delta\,\operatorname{sen}(\alpha-A)}{\operatorname{sen}(\pi-\pi_1)} \\ q=\dfrac{\operatorname{sen}\delta\cos D-\cos\delta\,\operatorname{sen} D\cos(\alpha-A)}{\operatorname{sen}(\pi-\pi_1)} \end{cases}$$

Para un observador, en el centro de la Tierra, las cantidades p i $-q$ representan, a cierta escala, las coordenadas relativas, sobre la esfera celeste, del centro del Sol respecto al centro de la Luna, suponiendo que se haya elejido en el plano del disco de la Luna, i con su centro como oríjen, un sistema de dos ejes rectangulares: uno dirijido en el sentido del paralelo Oeste, el otro hácia el Norte.

Sean, ahora, x, y las coordenadas relativas, a la misma escala, del centro del Sol respecto al de la Luna, como se observan en cierto lugar de la tierra; u i v el efecto de la paralaje sobre p i q; se tendrá, si los ejes de coordenadas son análogos a los anteriores:

$$(2)\qquad \begin{cases} x=\ p-u \\ y=-q+v \end{cases}$$

Las cantidades u i v se calculan así:
Sean:

Φ la latitud jeográfica del lugar considerado,
r el radio de la Tierra en este lugar,
Φ' la latitud geocéntrica.

Se calculan primero las cantidades siguientes:

$$(3)\quad \begin{cases} \text{tanj } \Phi'' = 0{,}9966 \text{ tanj } \Phi \\ s = r \text{ sen } \Phi' = 0{,}9966 \text{ sen } \Phi'' \\ c = r \cos \Phi' = \cos \Phi'' \end{cases} \quad \log(0{,}9966) = 1{,}99851$$

Sea ahora, a un momento dado, h el ángulo horario del Sol que se cuenta positivo cuando el Sol ha pasado el meridiano, i negativo ántes, se tiene:

$$(4)\quad \begin{cases} u = c \text{ sen } h \\ v = s \cos D - c \text{ sen } D \cos h \end{cases}$$

III

Durante un eclipse las cantidades p i q, que dan las ecuaciones (1) varian, mui sensiblemente, de una manera proporcional al tiempo. Sea τ el tiempo, espresado en horas de tiempo medio, que pasa desde el oríjen adoptado t_0, hasta cierta época $t = t_0 + \tau$ se puede escribir:

$$(5)\quad \begin{cases} p = p_0 + p'\tau \\ q = q_0 + q'\tau \end{cases}$$

En particular, si el oríjen del tiempo es el momento T de la conjuncion verdadera en ascension recta de los dos astros, se tiene sensiblemente:

$$(6)\quad \begin{cases} p_0 = 0 & p' = \dfrac{\cos \delta}{\text{sen } (\pi - \pi_1)} \left(\dfrac{d\alpha}{dt} - \dfrac{dA}{dt} \right) \\ q_0 = \dfrac{\delta - D}{\text{sen } (\pi - \pi_1)} & q' = \dfrac{1}{\text{sen } (\pi - \pi_1)} \left(\dfrac{d\delta}{dt} - \dfrac{dD}{dt} \right) \end{cases}$$

No se puede desarrollar, de la misma manera, las cantidades u i v que dan las fórmulas (4), porque el ángulo h, que entra bajo signos trigonométricos, varia mui lijero con el tiempo; en efecto, si h_0 es el valor de h en el momento T, se tiene:

$$(7)\quad h = h_0 + 15^\circ{,}04\ \tau$$

En el método de Bessel se desarrolla, sin embargo, u i v lo mismo como p i q, i, por este motivo, el cálculo de los eclipses se hace mui pesado cuando se quiere tener alguna seguridad sobre las horas calculadas; pues es necesario, para esto, repetir el cálculo varias veces.

En el método que hemos adoptado, el cálculo no se hace sino una sola vez. Se determina una serie de valores simultánea de las coordenadas x e y, definidas por las fórmulas (2), para una serie de valores de τ equidistantes de hora en hora.

Las fórmulas (2) se pueden trasformar; si se reemplazan los segundos miembros por sus valores (4) i (5) se tiene:

$$x = p'\tau - c \operatorname{sen} h$$
$$y = -q_0 - q'\tau + s \cos D - c \operatorname{sen} D \cos h$$

En estas fórmulas se supone que el oríjen del tiempo es el momento de la conjuncion verdadera en ascension recta, i se sabe que en este caso $p_0 = 0$.

Si se pone:

$$(8) \qquad \begin{cases} a = -q_0 + s \cos D \\ b = q'\tau + c \operatorname{sen} D \cos h \end{cases}$$

Se tiene tambien:

$$(9) \qquad \begin{cases} x = p'\tau - c \operatorname{sen} h \\ y = a - b \end{cases}$$

IV

Como aplicacion damos dos series de valores de x e y, que se refieren a los dos eclipses que tendrán lugar en 1893, i calculados para Santiago.

Las fórmulas (3), aplicadas a esta ciudad, dan los valores siguientes de s i c:

$$\Phi = -33^\circ\ 26'\ 42''$$
$$s = -0{,}548$$
$$c = +0{,}835$$

Eclipse del 16 de Abril

1.° La lonjitud de Santiago es $4^h\ 52^m\ 7^s$. Oeste de Paris, luego el momento T de la conjuncion en ascension recta será para Santiago:

$$T = 2^h\ 36^m\ 21^s - 4^h\ 52^m\ 7^s = 21^h\ 44^m\ 14^s.$$ Abril 15 (*)

El tiempo verdadero correspondiente se obtendrá con la agregacion de la ecuacion del tiempo i se tendrá:

$$21^h\ 44^m\ 14^s + 20^s = 21^h\ 44^m\ 34^s.$$

Lo que corresponde al siguiente ángulo horario del Sol:

$$h_0 = -33°,9$$

2.° Se aplican las fórmulas (6) al calculado de q_0, p', q', i se tiene:

$$q_0 = \frac{\delta - D}{\operatorname{sen}(\pi - \pi_1)} = -0,1976$$

$$p' = \frac{\cos\delta}{\operatorname{sen}(\pi - \pi_1)}\left(\frac{d\alpha}{dt} - \frac{dA}{dt}\right) = +0,5144$$

$$q' = \frac{1}{\operatorname{sen}(\pi - \pi_1)}\left(\frac{d\delta}{dt} - \frac{dD}{dt}\right) = +0,2601$$

Se tiene tambien:

$$a = -q_0 + s\cos D = +0,1976 - 0,548\cos D = -0,341$$

3.° Se adoptan siete valores de τ desde $\tau = -3$ hasta $\tau = +3$ i, para cada uno de estos valores de τ, se calculan x, y. Estos

(*) Se adopta aquí el tiempo medio astronómico que se cuenta desde medio dia, de manera que el dia 15 de Abril astronómico a las 21 h. 44 m. 14 s. corresponde al dia 16 de Abril a las 9 h. 44 m. 14 A. M. en tiempo civil.

calculos son facilitados con las tablas que se encuentran a continuacion i que dan, para Santiago, los valores de c sen h i c cos h en funcion de h. Los valores de h se calculan con la fórmula (7) en que $h_0 = -33°,9$.

VALORES DE x:

τ	h	$-c$ sen h	$p'\tau$	x
−3	−79°,0	+0,820	−1,543	−0,723
−2	−63,9	+0,751	−1,029	−0,278
−1	−48,9	+0,629	−0,514	+0,115
0	−33,9	+0,465	0,000	+0,465
+1	−18,8	+0,269	+0,514	+0,783
+2	− 3,8	+0,054	+1,029	+1,083
+3	+11,3	−0,163	+1,543	+1,380

VALORES DE y:

τ	c cos h	c cos h sen D	$q'\tau$	b	$y=a-b$
−3	+0,159	+0,028	−0,780	−0,752	+0,411
−2	+0,367	+0,066	−0,520	−0,454	+0,113
−1	+0,549	+0,098	−0,260	−0,162	−0,179
0	+0,693	+0,124	0,000	+0,124	−0,465
+1	+0,791	+0,142	+0,260	+0,402	−0,743
+2	+0,833	+0,149	+0,520	+0,669	−1,011
+3	+0,819	+0,147	+0,780	+0,927	−1,268

Eclipse del 9 de Octubre

1.° El tiempo medio de la conjuncion en ascension recta para Santiago es:

$$T = 8^h\ 22^m\ 13^s - 4^h\ 52^m\ 7^s = 3^h\ 30^m\ 6^s$$

I el tiempo verdadero correspondiente:

$$3^h\ 30^m\ 6^s + 12^m\ 54^s = 3^h\ 43^m\ 0^s$$

Lo que corresponde a un ángulo horario:

$$h_0 = +55°,75$$

2.° Se calculan, con los datos conocidos:

$$q_0 = +0,3250$$
$$p' = +0,4631$$
$$q' = -0,2492$$
$$a = -0,325 - 0,545 = -0,870$$

3.° Con la misma serie de valores de τ se calculan los valores de x, y:

VALORES DE x:

τ	h	$-c \operatorname{sen} h$	$p'\tau$	x
−3	+ 10°,6	−0,154	−1,389	−1,543
−2	+ 25,7	−0,362	−0,926	−1,288
−1	+ 40,7	−0,545	−0,463	−1,008
0	+ 55,8	−0,690	0,000	−0,690
+1	+ 70,8	−0,789	+0,463	−0,326
+2	+ 85,8	−0,833	+0,926	+0,093
+3	+100,9	−0,820	+1,389	+0,569

VALORES DE y:

τ	$c \cos h$	$c \cos h \operatorname{sen} D$	$q'\tau$	b	$y = a - b$
−3	+0,821	−0,094	+0,748	+0,654	−1,524
−2	+0,753	−0,087	+0,498	+0,411	−1,281
−1	+0,633	−0,073	+0,249	+0,176	−1,046
0	+0,470	−0,054	0,000	−0,054	−0,816
+1	+0,275	−0,032	−0,249	−0,281	−0,589
+2	+0,061	−0,007	−0,498	−0,505	−0,365
+3	−0,157	+0,018	−0,748	−0,730	−0,140

Como se ha dicho mas arriba, los valores de x e y representan, a cierta escala, la posicion aparente del centro del Sol res-

pecto a un sistema de ejes de coordenadas rectangulares situados en el plano del disco lunar i tal que el oríjen sea el centro de la Luna, el eje Ox una tanjente al paralelo del centro de la Luna, hácia el Oeste; el eje Oy perpendicular i dirijido hácia el Norte.

V

Se trata ahora de espresar que la distancia del punto x, y al oríjen es igual a la suma o a la diferencia de los semi-diámetros de la Luna i del Sol, siendo estos semi-diámetros reducidos a la misma escala.

OBSERVACIONES METEOROLÓJICAS

POR EL SEÑOR KRAHNASS

MAYO DE 1892

		7 A. M.	7 25 A. M.	2. P.M.	10 P. M.	Término medio del mes
Barómetro reducido a cero	m/m.	m/m.	m/m.	m/m.	m/m.	m/m.
	Altura media. . 700+	18.88	18.69	18 03	18.90	18.54
	" máxima. 700+	22.67	22.50	20.73	22.76	22.67
	" mínima. 700+	15.05	15.18	14.91	15.43	14.91
	Oscilacion máxima. . .	7.62	7.32	5.82	6.73	7.76
	" media diurna. .					
Termómetro centígrado	Temperatura media . .	3°63	3°91	16°24	7°30	10°17
	" máxima. . . .	9.15	9.15	20.60	10.25	20.40
	" mínima. . . .	−3.45	−3.45	9.00	2.05	2.70
	Oscilacion máxima. . .	12.60	12.60	11.60	8.20	17.40
	" media diurna. .					12.17
Psicrómetro	Humedad relativa media	91.5	89.1	44.8	79.6	70.4
	" " máxima	100	100	79	67	100
	" " mínima	76	67	16	64	16
	Tension media m/m.	5.54	5.50	6.13	6.20	5.94
	" máxima m/m.	8.16	7.54	7.93	7.71	8.16
	" mínima m/m.	3.58	3.56	2.48	4.20	2.48
Vientos	Vientos (núm. de veces observadas) N.	—	—	—	—	—
	NE.	1	3	0	3	7
	E.	2	2	0	1	5
	SE.	1	3	3	1	8
	S.	1	—	—	—	1
	SO.	—	—	25	1	26
	O.	1	—	—	—	1
	NO.	—	—	3	—	3
	Calma	21	21	—	18	60
Atmósfera	Atmósfera (núm. de veces) Despejada. .	15	18	14	16	63
	Nublada. .	5	5	13	3	26
	Cubierta. .	7	7	4	5	23
	Neblina. .	7	4	30	2	43
	Rocío o hel.	13	13	—	—	26
	Lluvia. . .	1	1	—	1	3

	Anemómetro (Camino recorrido)	Evaporacion	Pluviómetro
	Kilóm.	m/m.	m/m.
Total.	1734.50	43.28	8.80
Medio aldia.	55.95	1.396	—
Máximo.	99.20	2.68	6.90
Mínimo.	19.30	0.03	1.90

OBSERVACIONES

ASTRONÓMICAS I METEOROLÓJICAS

OBSERVACIONES ASTRONÓMICAS

Ecuatorial

El señor Taulis ha observado los siguientes fenómenos:
1.° Ecuatorial Repsold: cometa Swift, el 1.° i el 3 de Junio;
2.° Ecuatorial Frauenhofer:

Ocultaciones de estrellas por la Luna

					TM de Santiago
Φ	Capricorne	(Emersion)	Junio 14	a las	$10^h\ 42^m\ 54^s,5$
ψ_1	Acuario	(Inmersion)	Julio 13	"	11 6 8,9
ψ_2	Acuario	(Inmersion)	"	"	11 30 4,4
	Id.	(Emersion)	"	"	12 38 42,7

Eclipses de Satélites de Júpiter

Satélite	I	(Inmersion)	Junio 21	a las	15 52 41,2
Id.	I	"	Julio 7	"	14 9 31,0
Id.	II	"	" 11	"	14 42 4,5

OCULTACIONES DE SATÉLITES DE JÚPITER POR EL DISCO DEL PLANETA

Satélite I (Emersion) Junio 14 a las 17 27 25,0
Id. III (Inmersion) " 25 " 16 15 31,0

Se ha modificado últimamente el micrómetro del Ecuatorial para facilitar las observaciones de Marte, que va a llegar a su oposicion a principios de Agosto. A esta época, el planeta Marte se aproximara de la tierra a una distancia igual a la tercera parte, mas o ménos, de la distancia de la tierra al Sol. Esta gran proximidad, que no se volverá a presentar sino en el año 1908, permitirá *talvez* obtener un valor mas exacto de la paralaje del Sol i en todo caso se prestará para el estudio de la configuracion del planeta.

Anteojo meridiano

Durante el mes de Junio se hicieron 423 observaciones que se dividen de la manera siguiente:

Observador	Sol	Luna	Mercurio	Venus	Júpiter	Saturno	Estrellas	TOTAL
Taulis. . . .	—	1	—	—	—	—	7	8
Caro. . . .	4	4	1	3	2	—	88	102
Espinosa. . .	8	3	—	5	5	1	104	126
Barrios. . . .	4	1	—	3	—	—	179	187
	16	9	1	11	7	1	378	423

Temblores

Se sintió un temblor mui suave el dia 15 de Junio a las 11^h 45^m 15^s P. M., duró como seis segundos; no indicó nada el seismógrafo.

Otro temblor, tambien mui suave, se sintió el dia 23, a las 9^h 30^m P. M. mas o ménos; no inscribió tampoco nada el seismógrafo.

Nuevo método para el cálculo de los eclipses de Sol, i aplicacion de los eclipses visibles en Santiago en 1893

(Continuacion)

V

Sean ρ' i ρ'_1, los semi-diámetros aparentes de la Luna i del Sol; R la distancia de la Luna al centro de la Tierra i R' su distancia al observador; la escala de reduccion que se ha empleado mas arriba es representada por el factor:

$$\frac{R'}{R} \quad \frac{1}{\operatorname{sin}(\pi - \pi_1)}$$

Segun esto, la ecuacion que permitirá calcular los momentos de las diferentes fases de un eclipse de Sol será la siguiente:

$$x^2 + y^2 = \frac{R'^2}{R^2} \quad \frac{1}{\operatorname{sen}^2(\pi - \pi_1)} \quad (\rho' \pm \rho'_1)^2$$

O bien:

$$(10) \qquad x^2 + y^2 = \left[\frac{R'\rho'}{R \operatorname{sen}(\pi - \pi_1)} \pm \frac{R'\rho'_1}{R \operatorname{sen}(\pi - \pi_1)} \right]^2$$

Sean ahora: ρ_0 el semi-diámetro, e π_0 la paralaje horizontal de la Luna, cuando este astro se encuentra a su distancia media de la Tierra; se puede escribir:

$$(11) \qquad \begin{cases} \dfrac{R'\rho'}{R} = \dfrac{\rho_0}{\operatorname{sen} \pi_0} \operatorname{sen} \pi \\ \dfrac{R'\rho'_1}{R} = \dfrac{\rho'_1}{\rho'} \dfrac{\rho_0}{\operatorname{sen} \pi_0} \operatorname{sen} \pi \end{cases}$$

El factor $\frac{\rho_0}{\text{sen } \pi_0}$ es constante i representa la razon que existe entre los diámetros de la Luna i de la Tierra; lo designaremos por la letra K.

Se tiene:

$$K=0{,}2730$$

Luego la ecuacion (10) se trasformará así:

$$(12)\quad x^2+y^2=\left\{K\frac{\text{sen } \pi}{\text{sen } (\pi-\pi_1)} \pm K\frac{\rho'_1}{\rho_1}\frac{\text{sen } \pi}{\text{sen } (\pi-\pi_1)}\right\}^2$$

Como se trata de calcular los momentos de las diferentes fases con una aproximacion de un minuto mas o ménos, se puede todavia simplificar esta última ecuacion.

VI

Sea z la distancia zenital aproximada de los dos astros en el momento de un contacto, se puede escribir con suficiente aproximacion:

$$\rho'=\rho\ (1+\pi\ \cos z)$$

$$\rho'_1=\rho_1\ (1+\pi_1\ \cos z)$$

I, como π_1 es mui pequeño respecto a π, (la razon entre estas dos cantidades es de órden de $\frac{1}{400}$ mas o ménos), se tendrá:

$$\frac{\rho'_1}{\rho'}=\frac{\rho_1}{\rho}\left\{1-(\pi-\pi_1)\ \cos\ z\right\}$$

Ahora la razon $\frac{\text{sen } \pi}{\text{sen } (\pi-\pi_1)}$ se puede reemplazar simplemente por $1+\frac{\pi_1}{\pi}$, luego tendremos:

$$K\frac{\text{sen } \pi}{\text{sen } (\pi-\pi_1)}=K\left(1+\frac{\pi_1}{\pi}\right)$$

$$K\frac{\rho'_1}{\rho_1}\frac{\operatorname{sen}\pi}{\operatorname{sen}(\pi-\pi_1)}=K\left(1+\frac{\pi_1}{\pi}\right)\frac{\rho_1}{\rho}\left\{1-(\pi-\pi_1)\cos z\right\}$$

O bien, si se desprecia $\left(\frac{\pi_1}{\pi}\right)^2$:

$$K\frac{\rho'_1}{\rho_1}\frac{\operatorname{sen}\pi}{\operatorname{sen}(\pi-\pi_1)}=K\left(1+\frac{\pi_1}{\pi}\right)\frac{\rho_1}{\rho}-K\pi\frac{\rho_1}{\rho}\cos z$$

Por fin, se puede adoptar, para $\frac{\pi_1}{\pi}$, su valor medio, i reemplazar, en el pequeño término $K\pi\frac{\rho_1}{\rho}\cos z$, la razon $\frac{\rho_1}{\rho}$ por la unidad *e* π por su valor medio. Se tiene entónces:

$$(13)\quad\begin{cases}\dfrac{K\operatorname{sen}\pi}{\operatorname{sen}(\pi-\pi_1)}=K\left(1+\dfrac{\pi_1}{\pi}\right)=0{,}2736\\[2ex] K\dfrac{\rho'_1}{\rho_1}\dfrac{\operatorname{sen}\pi}{\operatorname{sen}(\pi-\pi_1)}=0{,}2736\dfrac{\rho_1}{\rho}-0{,}0045\cos z\end{cases}$$

Si se traen estos valores en la ecuacion (12) se tendrá en resúmen:

Contactos esteriores

$$(14)\quad\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=0{,}2736+0{,}2736\dfrac{\rho_1}{\rho}-0{,}0045\cos z\\[2ex] \textit{Contactos interiores}\\[2ex] \sqrt{x^2+y^2}=\pm(0{,}2736-0{,}2736\dfrac{\rho_1}{\rho}+0{,}0045\cos z)\end{cases}$$

En estas fórmulas, el primer miembro es la distancia del punto x, y al centro de la Luna, i el segundo indica el valor que debe tener esta distancia para que se produzca un contacto, sea esterior, sea interior; la razon $\frac{\rho_1}{\rho}$ se calcula fácilmente con los datos que publican los almanaques.

VII

Vamos a aplicar estas fórmulas a los dos eclipses de Sol del año 1893.

1.°—Eclipse del 16 de Abril

Se tiene para esta fecha:

$$\rho = 16'.33'',5 = 993'',5$$

$$\rho_1 = 15.57,7 = 957,7$$

Luego:

$$0,2736\ \frac{\rho_1}{\rho} = 0,2637$$

Las fórmulas (14) darán entónces:

Contactos esteriores: $\sqrt{x^2+y^2} = 0,5373 - 0,0045 \cos z$

Contactos interiores: $\sqrt{x^2+y^2} = 0,0099 + 0,0045 \cos z$

El semi-diámetro aparente de la Luna, reducido a la escala considerada mas arriba, es igual a:

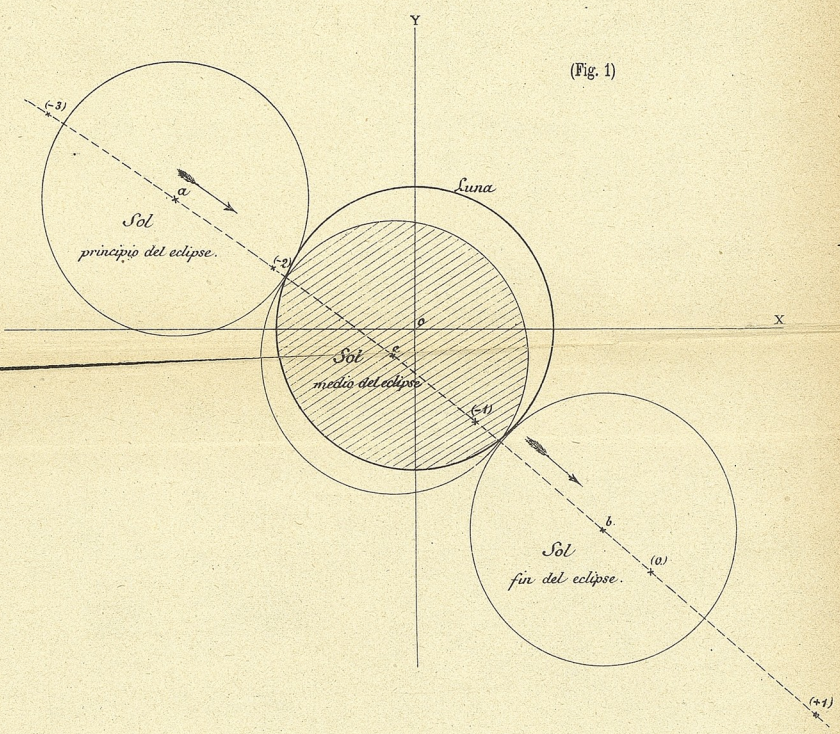
$$\rho' \frac{R'}{R \operatorname{sen}(\pi - \pi_1)} = K\left(1 + \frac{\pi_1}{\pi}\right) = 0,2736$$

En la figura 1, se ha dibujado el disco de la Luna con un radio igual a 0,2736 (la unidad de longitud se ha tomado igual a un centímetro). Los ejes OX, OY son los que se han definido mas arriba; el eje OX tiene la direccion del paralelo que pasa por el centro de la Luna i su sentido es el del movimiento diurno; el eje OY es perpendicular a OX i su sentido es tal que, para pasar de OX a OY, se hace una rotacion de derecha a izquierda. Sobre este plano XOY, i con referencia a estos ejes, se pueden fijar las posiciones del centro del Sol, en su movimiento

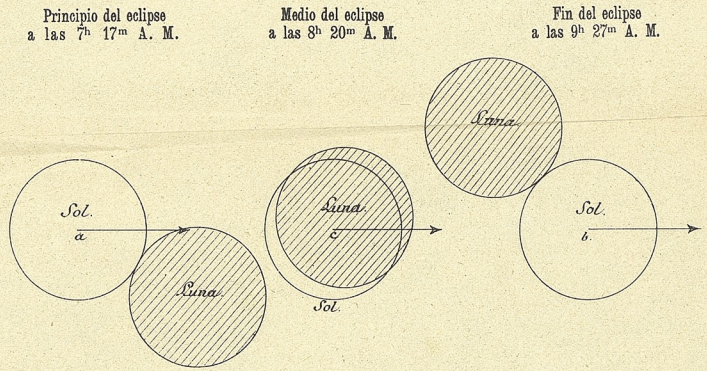
ECLIPSE DE SOL EL 16 DE ABRIL DE 1893

ASPECTOS QUE PRESENTARÁ EN SANTIAGO

(Fig. 1)



(Fig. 2)



relativo respecto a la Luna. Hemos hallado, en efecto las coordenadas relativas x et y de este centro por una série de valores de τ (IV).

Sobre la figura 1, se han fijado así las posiciones relativas de este centro para los valores de τ desde $\tau = -3^h$ hasta $\tau = +1^h$. Cada uno de estos puntos es representado por el valor correspondiente de τ entre paréntesis.

La trayectoria aparente del centro del Sol es la curva que pasa por estos diferentes puntos. Se ve que es casi una recta.

Como la distancia de los centros de los dos astros no debe pasar de 0,54 para que haya contacto, se ve luego, sobre el dibujo que las horas de los contactos serán comprendidas entre $\tau = -3$ i $\tau = 0$. Se ve tambien que, si hubiera contactos interiores, estos se producirian entre $\tau = -2$ i $\tau = -1$.

Para estos valores de τ se calculan fácilmente los valores aproximados de cos z; se tiene en efecto:

$$\cos z = \text{sen } D \text{ sen } \Phi + \cos D \cos \Phi \cos h$$

O sensiblemente:

$$\cos z = s. \text{ sen } D + c. \cos D \cos h$$

Todas las cantidades, que entran en esta fórmula, son conocidas, pues entran en la espresion de x, y. Se deducirá, en seguida, la distancia $\sqrt{x^2+y^2}$ que corresponde a los diferentes contratos i se tiene para el eclipse considerado:

		$\sqrt{x^2+y^2}$	
τ	0,0045 cos z	Contactos esteriores	Contactos interiores
−3	0,0002	0,537	
−2	0,0011	0,536	0,011
−1	0,0020	0,535	0,012
0	0,0027	0,535	

Desde luego, la figura muestra que no puede haber contactos interiores, pues la distancia mínima Oc del centro de la Luna a la trayectoria aparente es superior a 0,012.

Para obtener el momento del primer contacto esterior se determina el punto de la trayectoria que se encuentra a una distancia de O igual a 0,536; en la figura 1 este punto es representado por a; una simple proporcion muestra que este punto corresponde a $\tau = -2^h\ 27^m\ 5$.

Para el último contacto, se determina un punto b tal que su distancia a O sea igual a 0,535. Este punto corresponde a $\tau = -0^h\ 17^m\ 3$.

Por fin, se determina de la misma manera i por medio de una simple proporcion, la hora en que la distancia de los centros es mínima; se obtiene así un punto c que corresponde a $\tau = -1^h\ 25^m\ 3$.

Las horas, en tiempo medio de Santiago, que corresponden a estas diferentes fases se obtienen en seguida con la fórmula

$$t = T + \tau$$

Hemos hallado para el eclipse del 16 de abril:

$$T = 21^h\ 44^m,\ 2 \quad \text{abril } 15$$

Luego tenemos:

Principio del eclipse

$$t_a = 21^h\ 44^m,\ 2 - 2^h\ 27^m,\ 5 = 19^h\ 17^m \quad \text{abril } 15$$

Medio del eclipse

$$t_c = 21^h\ 44^m,\ 2 - 1^h\ 25^m,\ 3 = 20^h\ 19^m \quad \text{abril } 15$$

Fin del eclipse

$$t_b = 21^h\ 44^m,\ 2 - 0^h\ 17^m,\ 3 = 21^h\ 27^m \quad \text{abril } 15$$

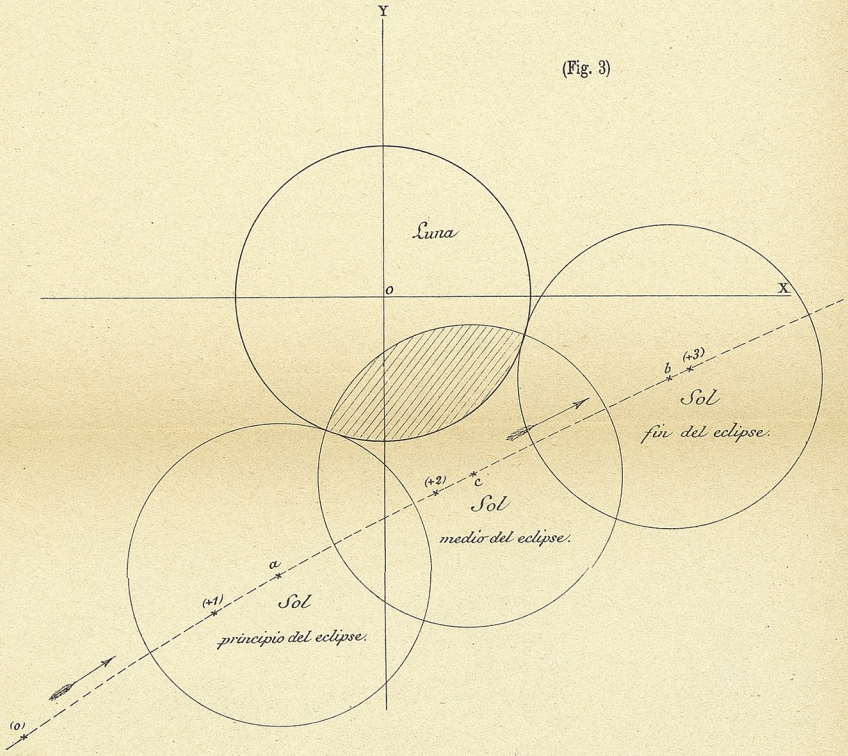
Estas horas son espresadas en tiempo medio astronómico. Las horas correspondientes en tiempo civil son:

Principio del eclipse. .	$7^h\ 17^m$	A. M.,	abril 16
Medio.	8 19	"	"
Fin.	9 27	"	"

ECLIPSE DE SOL EL 9 DE OCTUBRE DE 1893

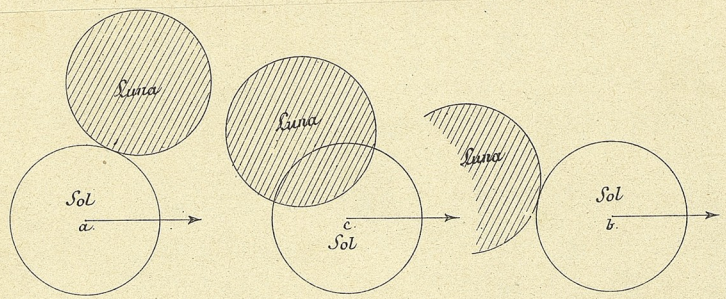
ASPECTOS QUE PRESENTARÁ EN SANTIAGO

(Fig. 3)



(Fig. 4)

Principio del eclipse	Medio del eclipse	Fin del eclipse
a las 4^h 49^m P. M.	a las 5^h 40^m P. M.	a las 6^h 26^m P. M. (Esta última fase no se verá en Santiago)



En la figura 2 se han representado las posiciones relativas del Sol i de la Luna en estos tres momentos. La direccion indicada por la flecha es la del eje OX es decir, la del movimiento diurno del centro del Sol.

2.°—Eclipse del 9 de Octubre

Se tiene para esta fecha:

$$\rho = 15' \ 15'',8 = 915'',8$$
$$\rho_1 = 16 \ 3,7 = 963,7$$
$$0,2736 \frac{\rho_1}{\rho} = 0,2879$$

Las fórmulas (14) dan con estos datos:

Contactos esteriores: $\sqrt{x^2+y^2} = 0,5615 - 0,0045 \cos z.$
Contactos interiores: $\sqrt{x^2+y^2} = 0,0143 - 0,0045 \cos z.$

En la figura (3) se ha dibujado el disco de la Luna con el mismo radio 0,2736 i las posiciones relativas del centro del Sol que corresponden a los valores de τ comprendidos entre $\tau = 0$ hasta $\tau = +3$.

Como la distancia mínima Oc de los centros es superior al valor de $\sqrt{x^2+y^2}$ que corresponde a los contactos interiores se ve que estos no podrán producir.

Se ve ahora que los contactos esteriores tendrán lugar entre las épocas correspondientes a $\tau = +1$ i $\tau = +3$; para estos valores de τ se tiene:

τ	0,0045 cos z	$\sqrt{x^2+y_2}$
+1	0,0015	0,560
+2	0,0005	0,561
+3	0,0000	0,562

Luego la hora del primer contacto se obtendrá si se busca sobre la trayectoria relativa un punto a tal que su distancia a O

sea igual a 0,560; en la figura 3 se ve que este punto corresponde a $\tau_a = +1^h\ 19^m\ 0$.

Del mismo modo, se ve que la hora de la distancia mínima corresponde a $\tau_c = +2^h\ 9^m\ 4$, i la hora del último contacto a $\tau_b = +2^h\ 55^m\ 8$.

Como hemos hallado, mas arriba, para la hora de la conjuncion en ascension recta:

$$T = 3^h\ 30^m,\ 1 \text{ Octubre } 9$$

Se tendrá para las horas de las diferentes fases:

Principio del eclipse. . .	t_a	$=3^h\ 30^m,1+1^h\ 19^m\ 0=4^h\ 49^m$
Medio.	t_c	$=3\ 30,1+2\ 9,4=5\ 40$
Fin.	t_b	$=3\ 30,1+2\ 55,8=6\ 26$

Esta última fase no se verá en Santiago, pues el Sol habrá desaparecido entónces tras de la Cordillera.

La figura 4 da las posiciones relativas del Sol i de la Luna.

VIII

Para obtener mas precision en la determinacion gráfica de los momentos de las diferentes fases de un eclipse, es conveniente intercalar entre los valores de x e y, obtenidos de hora en hora, otros valores que corresponden a intervalos de media hora.

Esta intercalacion se hace sin necesidad de nuevos cálculos por medio de las diferencias que corresponden a los intervalos de hora en hora.

El principio que se aplica es el siguiente:

Sean $f(n-1), f(n), f(n+1)$, etc., los valores de una funcion para una serie de valores de la variable en progresion aritmética; $\Delta f(n-\frac{1}{2}), \Delta f(n+\frac{1}{2})$ etc., las diferencias primeras; $\Delta_2 f(n)$, $\Delta_2 f(n+1)$, etc., las diferencias segundas i así en seguida; se puede formar el cuadro siguiente:

$$
\begin{array}{lll}
f(n-1) & & \\
 & \Delta f(n-\tfrac{1}{2}) & \\
f(n) & & \Delta_2 f(n) \\
 & \Delta f(n+\tfrac{1}{2}) & \\
f(n+1) & & \Delta_2 f(n+1) \\
 & \Delta f(n+\tfrac{3}{2}) & \vdots \\
f(n+2) & \vdots & \\
\vdots & &
\end{array}
$$

Calculemos el valor de $f(n+\frac{1}{2})$; segun la regla conocida se tiene:

$$f(n+\tfrac{1}{2},=f(n)+\tfrac{1}{2}\Delta f(n+\tfrac{1}{2})-\tfrac{1}{8}\Delta_2 f(n+1)+\ldots$$

Se tiene tambien:

$$f(n+\tfrac{1}{2})=f(n+1)-\tfrac{1}{2}\Delta f(n+\tfrac{1}{2})-\tfrac{1}{8}\Delta_2 f(n)+\ldots$$

Luego, si se hace la media suma de estas dos ecuaciones, se deduce:

$$(1)\qquad f(n+\tfrac{1}{2})=\frac{f(n)+f(n+1)}{2}-\tfrac{1}{8}\frac{\Delta_2 f(n+1)+\Delta_2 f(n)}{2}$$

Esta última ecuacion es de una aplicacion fácil i rápida.

IX

En seguida van las tablas que facilitan, para Santiago, el cálculo de los eclipses i de las ocultaciones en jeneral.

La tabla I da los valores de c sen h i c cos h con el argumento h (ángulo horario). La tabla II da los valores de sen D i s cos D con el argumento D.

TABLA I

Valores de *c sen h* i *c cos h*

ARGUMENTO: *h*

h	*c* sen *h*	Diff	*c* cos *h*	Diff	*h*
0	**0,000**		**0,835**		**90**
1	0,014	14	0,835	0	89
2	0,029	15	0,834	1	88
3	0,043	14	0,834	0	87
4	0,058	15	0,833	1	86
5	0,073	15	0,832	1	85
6	0,088	15	0,831	1	84
7	0,102	14	0,829	2	83
8	0,116	14	0,827	2	82
9	0,130	14	0,825	2	81
10	**0,145**	15	**0,822**	3	**80**
11	0,159	14	0,820	2	79
12	0,174	15	0,817	3	78
13	0,188	14	0,813	4	77
14	0,202	14	0,810	3	76
15	0,216	14	0,806	4	75
16	0,230	14	0,802	4	74
17	0,244	14	0,798	4	73
18	0,258	14	0,794	4	72
19	0,272	14	0,790	5	72
20	**0,286**	13	**0,785**	5	**70**
21	0,299	14	0,780	6	69
22	0,313	13	0,774	5	68
23	0,326	14	0,769	6	67
24	0,340	13	0,763	6	66
25	0,353	13	0,757	6	65
26	0,366	13	0,751	7	64
27	0,379	13	0,744	7	63
28	0,392	13	0,737	7	62
29	0,405	13	0,730	7	61
30	**0,418**	12	**0,723**	7	**60**
31	0,430	13	0,716	8	59
32	0,443	12	0,708	8	58
33	0,455	12	0,700	8	57
34	0,467	12	0,692	8	56
35	0,479	12	0,684	8	55
36	0,491	12	0,676	9	54
37	0,503	11	0,667	9	53
38	0,514	11	0,658	9	52
39	0,525	12	0,649	9	51
40	**0,537**	11	**0,640**	10	**50**
41	0,548	11	0,630	10	49
42	0,559	10	0,620	10	48
43	0,569	11	0,610	10	47
44	0,580	10	0,600	10	46
45	0,590		0,590		45
h	*c* cos *h*	Diff	*c* sen *h*	Diff	*h*

TABLA II

Valores de *sen D* i *s cos D*

ARGUMENTO: *D*

D	sen *D*	Diff	*s* cos *D*	Diff
0°	**0,000**		**0,548**	
1	0,017	17	0,548	0
2	0,035	18	0,547	1
3	0,052	17	0,547	0
4	0,070	18	0,547	0
5	0,087	17	0,546	1
6	0,105	18	0,545	1
7	0,122	17	0,544	1
8	0,139	17	0,543	1
9	0,156	17	0,541	2
10	**0,174**	18	**0,540**	1
11	0,191	17	0,538	2
12	0,208	17	0,536	2
13	0,225	17	0,534	2
14	0,242	17	0,532	2
15	0,259	17	0,529	3
16	0,276	17	0,527	2
17	0,292	16	0,524	3
18	0,309	17	0,521	3
19	0,326	17	0,518	3
20	**0,342**	16	**0,515**	3
21	0,358	16	0,512	3
22	0,375	17	0,508	4
23	0,391	16	0,505	3
24	0,407	16	0,501	4
25	0,423	16	0,497	4
26	0,438	15	0,403	4
27	0,454	16	0,488	5
28	0,469	15	0,484	4
29	0,485	16	0,480	4

OBSERVACIONES METEOROLÓJICAS

POR EL SEÑOR KRAHNASS

JUNIO DE 1892

			7 A. M.	7 25 A. M.	2. P.M.	10 P. M.	Término medio del mes
Barómetro reducido a cero		m/m.	m/m.	m/m.	m/m.	m/m.	m/m.
	Altura media. .	700 +	719.16	719.47	718.48	719.40	718.99
	" máxima.	700 +	723.42	723.64	722.03	723.59	722.97
	" mínima.	700 +	714.48	715.96	714.97	713.47	714.33
	Oscilacion máxima. . .		8.94	7.68	7.06	10.12	10.17
	" media diurna. .						
Termómetro centígrado	Temperatura media . .		1°41	1°40	12°29	4°58	6°65
	" máxima. . . .		7.25	7.45	16.94	7.55	17.30
	" mínima. . . .		−0.65	−0.65	7.00	2.45	−0.70
	Oscilacion máxima. . .		7.90	8.10	9.95	5.10	14°80
	" media diurna. .						10°58
Psicrómetro	Humedad relativa media		93.1	93.6	50.2	86.4	75.9
	" " máxima		100.0	100.0	89.0	97.0	93.2
	" " mínima		68.0	79.0	24.0	65.0	51.7
	Tension media	m/m.	4.79	4.82	5.46	5.41	5.23
	" máxima	m/m.	7.28	7.29	7.93	7.21	7.48
	" mínima	m/m.	4.01	4.11	3.03	4.06	3.68
Vientos	Vientos (núm. de veces observadas) N.		—	—	—	—	—
	NE.		—	—	1	—	1
	E.		5	7	—	7	19
	SE.		—	—	1	—	1
	S.		2	1	9	—	12
	SO.		—	—	14	—	14
	O.		—	—	4	—	4
	NO.		—	—	1	—	1
	Calma		20	20	—	20	60
Atmósfera	Atmósfera (núm. de veces) Despejada. .		14	12	11	19	56
	Nublada. .		7	7	9	4	27
	Cubierta. .		6	9	10	4	29
	Neblina. .		3	3	16	—	22
	Rocío o hel.		10	10	—	—	20
	Lluvia. . .		1	1	2	—	4

	Anemómetro (Camino recorrido)	Evaporacion	Pluviómetro
	Kilóm.	m/m.	m/m.
Total.	1216.60	22.32	11.50
Medio al dia.	40.55	0.74	—
Máximo.	119.80	1.66	10.20
Mínimo.	14.00	0.28	1.30

12 fol